

UTILISATION DE MAPLE : TD N°1

On se propose dans cette séquence de prendre en main le logiciel Maple, puis de l'utiliser pour résoudre quelques problèmes mathématiques.

PARTIE I : PRISE EN MAIN

1. Ecrire une expression

La syntaxe d'une expression mathématique dans Maple est tout à fait similaire à celle que l'on trouve sur la plupart des calculatrices. La seule différence est qu'il faut impérativement terminer la ligne par un point virgule, avant de valider la formule en appuyant sur la touche ENTREE. Maple exécute alors la commande demandée. Par exemple, pour construire l'expression $\frac{x+1}{x-1}$, on frappe successivement les touches :

```
( x + 1 ) / ( x - 1 ) ; ENTREE
```

Exercice I : Sachant que la multiplication dans Maple s'écrit obligatoirement avec la touche *, et que l'élevation à la puissance se note avec ^, écrire les expressions suivantes :

$$x + \frac{2x + 5}{x^2 - 7} \quad (x + 3)(2x - 5) + (x + 1)^2 \quad ((x + 1)(2x - 5))^2 + \frac{6x^2 - x + \frac{1}{x}}{\frac{2}{x} - 1}$$

Exercice II : Sachant que la racine carrée du réel positif x s'écrit en Maple sqrt(x), faire afficher les expressions suivantes :

$$\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x^2 + x(2x + 1)}} \quad \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x + 2}}}}$$

2. Simplifier une expression

Maple sait simplifier une expression, et en particulier une fraction. Pour simplifier la fraction $\frac{25}{205}$, on entre dans Maple l'expression :

```
simplify ( 25 / 205 ) ; ENTREE
```

Exercice III : Simplifier les expressions suivantes :

$$\frac{2458}{10680} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{18} + \frac{4}{21} \quad \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{6}} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{x + 1}{x^2}$$

3. Développer une expression

Maple est capable de développer et de réduire une expression algébrique. Par exemple, pour développer $(x + 1)(x - 2)$, on frappe successivement :

```
expand ( ( x + 1 ) * ( x - 2 ) ) ; ENTREE
```

Exercice IV : Développer les expressions suivantes :

$$(x + 1)^3 (2x + 1) \quad (x + 1)(2x^2 + 3x - 1)(4x + 3) \quad ((x + 1)^4 (2x - 1)^3)$$

4. Factoriser une expression

Maple dispose d'algorithmes permettant de factoriser une expression algébrique. Par exemple, pour développer $(x + 1)(x - 2)$, on frappe successivement :

```
factor ( ( x + 1 ) * ( x - 2 ) ); ENTREE
```

Exercice V : Factoriser les expressions suivantes :

$$x^3 - 7x^2 + 8x + 16 \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \quad 46x^3 - 8x^4 - 51x^2 - 99x + 162$$

5. Evaluer numériquement une expression

Maple peut calculer une valeur approchée d'un réel avec une précision illimitée. Par exemple, pour obtenir une valeur approchée du réel $\sqrt{2}$ avec 10 décimales, on entre :

```
evalf ( sqrt ( 2 ) , 10 ); ENTREE
```

Exercice VI : Déterminer des valeurs approchées de $\sqrt{3}$ puis de π avec successivement 20 décimales, 40 décimales, 100 décimales. Le réel π se note Pi dans Maple.

6. Substituer une valeur dans une expression

Pour remplacer x par 10 dans l'expression $2x + 1$, il suffit d'entrer dans Maple les commandes suivantes :

```
subs ( x = 10 , 2*x + 1 ); ENTREE
```

Exercice VII : Que vaut l'expression $x^3 + 3x^2 + \frac{2}{x-1}$ pour x prenant la valeur 0? la valeur $\sqrt{3}$? la valeur $(n + 1)$ (avec n entier positif non nul)?

7. Définir une fonction

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x + 1$. Cette fonction se définit en Maple à l'aide des commandes suivantes :

```
f := x -> 2 * x + 1 ; ENTREE
```

On obtient alors l'image du réel 3 en évaluant $f(3)$, c'est à dire en évaluant la séquence suivante dans Maple :

```
f ( 3 ); ENTREE
```

Exercice VIII : On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+x+1}$. Calculer les images par g de -5 , -3 , $\frac{1}{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ et 100.

Exercice IX : On considère la fonction h définie sur $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ par $h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Déterminer les images par h de -10 , -5 , 0 , $\sqrt{2}$ et $\sqrt{10}$. Que peut-on remarquer?

8. Représenter une fonction

Pour représenter graphiquement la fonction f pour x appartenant à $[-10, 10]$, on entre les commandes :

```
plot ( f ( x ) , x = - 10 .. 10 ); ENTREE
```

Double-cliquer sur le graphique obtenu. On peut changer les paramètres du graphique en cliquant sur les icônes de la barre inférieure de boutons. Essayer les différentes possibilités. De même, on peut cliquer sur le bouton droit pour accéder aux réglages des paramètres graphiques de la courbe.

Exercice X : Représenter graphiquement sur $[-10, 10]$ les fonctions g et h définies aux exercices 7 et 7 précédents.

PARTIE II : UTILISATION EN MATHÉMATIQUES

Exercice XI : Les carrés de somme

1. Développer les sommes suivantes, où a , b , c et d représentent trois réels donnés :

$$(a + b + c)^2 \quad (a - b + c)^2 \quad (a + b - c)^2$$

2. Deviner alors le développement de $(a - b - c)^2$, et vérifier avec Maple.

3. Deviner le développement de $(a + b + c + d)^2$, puis vérifier avec Maple.

4. Déterminer les développements de $(a - b + c - d)^2$ et de $(a - b - c - d)^2$.

Exercice XII : Une fonction particulière

Soit C la courbe représentative de la fonction

$$x \mapsto \frac{-2x^3 + 7x^2 - 7x + 2}{x^2 + x + 2}$$

Déterminer une propriété des points de C d'abscisses respectives 1, 2 et $\frac{1}{2}$.

Exercice XIII : Une propriété intéressante

Compléter le tableau suivant :

Polynôme	Valeur en 1	Factorisation	Somme des coefficients
$x^2 - 1$			
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$			
$12x^4 - 15x^2 + 3$			
$6x^4 - 23x^3 + 33x^2 - 21x + 5$			
$14 - 23x - 9x^2 + 18x^3$			

Que peut-on en déduire ?